

WYMAGANIA EDUKACYJNE
MATEMATYKA- zakres podstawowy
TECHNIKUM
Dla uczniów szkół ponadpodstawowych
rok szkolny 2023/2024

Zespół Szkół Nr1
Olkusz, ul. Górnicza 12

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu podstawowego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Pogrubiением oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• stosuje cechy podzielności liczb
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• oblicza NWD i NWW
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych
• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych

• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach(trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg(trudniejsze przypadki)
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
• posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, $n.p. A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej

- stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $|x| = a, |x| < a$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)
• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej

3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)
• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe

<ul style="list-style-type: none"> • doбира współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
<ul style="list-style-type: none"> • dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych

4. FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
<ul style="list-style-type: none"> • określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
<ul style="list-style-type: none"> • poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
<ul style="list-style-type: none"> • określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współczynnik proporcjonalności
<ul style="list-style-type: none"> • podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do

wykresu
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
<ul style="list-style-type: none"> interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
<ul style="list-style-type: none"> stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
<ul style="list-style-type: none"> określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
<ul style="list-style-type: none"> znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> analizuje własności funkcji liniowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

6. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozdziela trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dane figury są podobne
<ul style="list-style-type: none"> oblicza długości boków figur podobnych

• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• oblicza sumę miar kątów danego wielokąta
• oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych
• stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie

7. WSTĘP DO FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

8. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
<ul style="list-style-type: none"> podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
<ul style="list-style-type: none"> przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
<ul style="list-style-type: none"> przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
<ul style="list-style-type: none"> stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania dwukwadratowe
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie $t = x , t \geq 0$
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

9. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
<ul style="list-style-type: none"> • określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na sześciang sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciang
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równanie wielomianowe
<ul style="list-style-type: none"> • podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
<ul style="list-style-type: none"> • określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach

całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
<ul style="list-style-type: none"> rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
<ul style="list-style-type: none"> rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none"> dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów

10. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbb{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$ oraz szkicuje jej wykres
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

11. TRYGNOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
<ul style="list-style-type: none"> podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
<ul style="list-style-type: none"> rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich

własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola czworokątów
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia związki miarowe w czworokątach
<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

12. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole koła i pole wycinka koła
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • opisuje własności wielokątów foremnych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
<ul style="list-style-type: none"> • bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia zależności w wielokątach foremnym o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

13. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń
• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych albo symetrię względem osi układu współrzędnych
• rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń
• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
• wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none">udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach

14. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzór na odległość punktów w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza odległość punktu od prostej
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu
<ul style="list-style-type: none">podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
<ul style="list-style-type: none">wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
<ul style="list-style-type: none">sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
<ul style="list-style-type: none">podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
<ul style="list-style-type: none">podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie równaniem prostej – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i środkowoosymetryczne
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
<ul style="list-style-type: none">stosuje w zadaniach równanie okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje w zadaniach własności stycznej do okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie – równaniem prostej; podaje ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów – w bardziej złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej – o znacznym stopniu trudności

15. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu

16. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

17. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia

• opisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą
• przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa

18. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w prostych sytuacjach

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na rysunku prostopadłościanu jego przekroje |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole danego przekroju – w prostych sytuacjach |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w trudnych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu, również z wykorzystaniem trygonometrii |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielościanów i ich przekrojów |
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach |

19. BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| <ul style="list-style-type: none"> • zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa brył podobnych podczas rozwiązywania zadań |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych |
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych |

20. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody wymagające wiedzy opisanej na poziomie (W) z innych działów

**Dostosowanie wymagań edukacyjnych
do potrzeb psychofizycznych
i edukacyjnych uczniów dla przedmiotu
MATEMATYKA**

**Zespół Szkół Nr1 w Olkuszu
Ul. Górnicza 12**

rok szkolny 2023/2024

Symptomy zaburzeń uczniów z dysleksją i dyskalkulią :

Objawy zaburzeń uczniów z dysleksją:

- nieprawidłowe odczytywanie treści zadań tekstowych
- niepełne rozumienie treści zadań, poleceń
- trudności z wykonywaniem działań w pamięci, bez pomocy kartki
- problemy z zapamiętywaniem reguł, definicji, tabliczki mnożenia
- problemy z opanowaniem terminologii
- błędne zapisywanie i odczytywanie liczb wielocyfrowych (z wieloma zerami i miejscami po przecinku)
- przestawianie cyfr (np. 56-65)
- nieprawidłowa organizacja przestrzenna zapisu działań matematycznych, przekształcania wzorów
- mylenie znaków działań, odwrotne zapisywanie znaków nierówności
- nieprawidłowe wykonywanie wykresów funkcji
- trudności z zadaniami angażującymi wyobraźnię przestrzenną w geometrii
- niski poziom graficzny wykresów i rysunków

Objawy zaburzeń uczniów z dyskalkulią:

- niepełne odczytywanie informacji przekazanych rysunkiem, grafem, schematem, tabelką, wykresem itp.
- gubienie cyfr i znaków działań, gubienie fragmentów przy odczytywaniu i zapisywaniu wzorów,
- gubienie cyfr i znaków działań, gubienie fragmentów przy odczytywaniu i zapisywaniu wzorów,
- błędne odczytywanie zapisów i wzorów matematycznych,
- kłopoty z porównywaniem figur i ich cech: położenia, proporcji, wielkości, odległości,
- mylenie cyfr i liczb o podobnym kształcie np. 6-9.
- zapisywanie cyfr w odbiciu lustrzanym,
- przestawianie cyfr w liczbach np.56-65,
- odczytywanie liczb od prawej do lewej strony np. 345 - pięćset czterdzieści trzy, mylenie znaków : "<", ">",
- trudności w orientacji na kartce papieru (zdający ma kłopoty z poleceniami typu: narysuj kwadrat po prawej stronie, rozwiąż zadanie znajdujące się na dole kartki), trudności ze znalezieniem strony,

- trudności z prawidłowym umieszczaniem liczb w kolumnach, problemy z przeprowadzaniem operacji w odmiennych kierunkach np. zaczynanie od prawej strony w dodawaniu, odejmowaniu, mnożeniu, a od lewej w dzieleniu,
- zakłócenia w wyobraźni przestrzennej,
- kłopoty w rozumieniu pojęć związanych z czasem i przestrzenią, nieumiejętne przeliczanie i porównywanie jednostek czasu.

We wszystkich zadaniach otwartych, w przypadku wyżej wymienionych błędów, nauczyciel dokonuje podczas oceny pracy analizy mającej na celu określenie czy stopnia opanowania innych umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, ocenianych w zadaniu. W przypadku opanowania wszystkich umiejętności nierachunkowych, koniecznych do rozwiązania zadania, przy pomyłkach wymienionych powyżej uczeń może otrzymać maksymalną liczbę punktów/maksymalną ocenę.

Formy, metody, sposoby dostosowania wymagań edukacyjnych:

1. uczniowie ze szczególnymi uzdolnieniami

- stopniowanie trudności sytuacji zadaniowych,
- wyznaczanie konkretnych partii materiału do nauki w domu,
- akceptowanie własnych strategii rozwiązywania problemów matematycznych,
- wykorzystywanie programów multimedialnych i komputerów do ćwiczeń praktycznych,
- urozmaicanie sytuacji zadaniowych,
- indywidualizowanie pracy lekcyjnej,
- prowadzenie krótkich, kilkuminutowych rozmów nauczyciela z uczniem, zwykle komentujących w sposób rozszerzający bieżący materiał lub kończących się sformułowaniem problemu, a potem rozwiązaniem go,
- zadawanie dodatkowych zadań podczas prac klasowych i domowych,
- przyzwalanie na korygowanie błędów kolegów (szukanie błędów w rozumowaniu),
- zezwalanie na prowadzenie przez uczniów fragmentów lekcji (czasami przygotowanie całej lekcji),
- zachęcanie do czytania fachowych czasopism,
- zwiększanie wymagań, co do ścisłości i precyzji ich wypowiedzi,
- stworzenie uczniom najzdolniejszym okazji do swobodnego wyboru zadań trudniejszych, swobodnej decyzji w podejmowaniu dodatkowych zadań,
- organizowanie konkursów w rozwiązywaniu zadań trudniejszych.

2. uczniowie ze specyficznymi trudnościami w uczeniu

- przekazywanie wiedzy za pomocą kilku kanałów (np. słuchowego i wzrokowego),
- ocenianie prac pisemnych ucznia pod kątem ich wartości merytorycznej,
- zachęcanie do autokontroli poprawności zapisu,
- wyznaczanie większej ilości czasu na zadania wymagające czytania, pisanie,

- zachęcanie do staranności wykonywanych prac,
- pozytywne motywowanie do pracy nad przezwyciężaniem istniejących trudności, itp.,
- stopniowanie trudności sytuacji zadaniowych, tak by uczeń mógł odnieść sukces,
- zachęcanie do autokorekty popełnianych błędów,
- stosowanie polisensorycznych metod nauczania,
- stosowanie wzmocnień pozytywnych,
- dzielenie materiału do wyuczenia na partie, egzekwowanie wiedzy częściej, ale każdorazowo z mniejszego zakresu,
- okresowe (np. w pierwszym półroczu) wydłużanie czasu potrzebnego na pisanie sprawdzianów i kartkówek,
- większe zwracanie uwagi na popełniane błędy, jednocześnie określając sposób ich poprawy,
- zachęcanie do autokontroli poprawności zapisu,
- indywidualizowanie pracy lekcyjnej,
- stosowanie wzmocnień pozytywnych,
- omawianie błędów w kontakcie indywidualnym,
- o ile to możliwe częstsze sprawdzanie wiedzy w formie ustnej,
- wdrażanie do posługiwania się pismem bibliotecznym, technicznym lub drukowanym w zależności od preferencji,
- akceptowanie własnych strategii rozwiązywania problemów matematycznych,
- zwracanie uwagi ucznia na zapis działania matematycznego wraz z utrwalaniem nawyku każdorazowego sprawdzenia zapisu działania,
- umożliwianie uczniowi korzystania w trakcie lekcji z samouczków lub innych sposobów utrwalania tabeli mnożenia i dzielenia,
- częste powtarzanie nowych treści,
- zaniechanie pisania z pamięci i ze słuchu dopóki uczeń nie rozwinie tych umiejętności,
- wspieranie i naprowadzanie podczas rozwiązywania zadań matematycznych,
- częste odwoływanie się do sytuacji z życia codziennego i do konkretów,
- korzystanie z gotowych pomocy dydaktycznych,
- wzmacnianie poczucia własnej wartości, itp.,
- wydawanie krótkich poleceń,
- zadawanie pytań pomocniczych,
- wykorzystywanie programów multimedialnych i komputerów do ćwiczeń praktycznych,
- urozmaicanie sytuacji zadaniowych, dzielenie materiału na mniejsze części, stopniowanie poziomu trudności,
- uczenie poprzez doświadczanie, ewentualnie przekazywanie informacji kilkoma kanałami, np. przekazywanie wiedzy drogą werbalno-słuchową z uwzględnieniem wizualizacji, itp.,
- udzielanie pomocy w selekcji materiału do nauki,
- w czasie lekcji upewnianie się czy uczeń właściwie zrozumiał treść zadań i poleceń,
- ukierunkowywanie na właściwą odpowiedź poprzez zadawanie pytań pomocniczych, naprowadzanie na prawidłowe rozwiązanie,
- w pracy lekcyjnej stosowanie gotowych pomocy dydaktycznych,
- ocenianie za wkład pracy w wykonanie zadania, chęci,
- częste chwalenie ucznia indywidualnie i na forum klasy,
- upewnianie się czy uczeń dokończył rozpoczęte na lekcji zadanie, zanotował zadanie domowe (do czasu wypracowania u niego takiego nawyku),

3. uczniowie z chorobą przewlekłą

- dzielenie materiału do nauki na mniejsze części,
- pozytywne motywowanie do pracy nad przezwyciężaniem istniejących trudności, itp.,
- stosowanie polisensorycznych metod nauczania,
- stosowanie wzmocnień pozytywnych,
- dzielenie materiału do wyuczenia na partie, egzekwowanie wiedzy częściej, ale każdorazowo z mniejszego zakresu,
- pozwalanie na pracę we własnym tempie, dyskretnie ją monitorując,
- stopniowanie trudności sytuacji zadaniowych,
- zachęcanie do autokontroli poprawności zapisu,
- pomaganie w selekcji materiału do nauki,
- częste powtarzanie nowych treści,
- wspieranie w sytuacjach trudności z koncentracją uwagi,
- wzmacnianie poczucia własnej wartości, itp.,
- urozmaicać sytuacje zadaniowe, dzielić materiał na mniejsze części, stopniować poziom trudności,
- indywidualizowanie pracy lekcyjnej,
- bazowanie na przykładach z życia codziennego,
- w pracy lekcyjnej stosowanie gotowych pomocy dydaktycznych,
- częste utrwalanie zdobytej wiedzy i umiejętności,
- ocenianie za wkład pracy w wykonanie zadania, chęci,
- upewnianie się czy uczeń dokończył rozpoczęte na lekcji zadanie, zanotował zadanie domowe.

4. uczniowie niedostosowani społecznie i uczniowie zagrożeni niedostosowaniem społecznym, uczniowie z trudnościami wynikającymi z sytuacji kryzysowej lub traumatycznej, uczniowie z zaniedbaniami środowiskowymi związanymi z sytuacją bytową ucznia i jego rodziny, sposobem spędzania wolnego czasu, kontaktami społecznymi, uczniowie z niepowodzeniami edukacyjnymi, uczniowie z trudnościami adaptacyjnymi związanymi z różnicami kulturowymi lub ze zmianą środowiska edukacyjnego, w tym związanych z wcześniejszym kształceniem za granicą

- przekazywanie wiedzy za pomocą kilku kanałów (np. słuchowego i wzrokowego),
- stopniowanie trudności sytuacji zadaniowych,
- dzielenie materiału do nauki na mniejsze części,
- zachęcanie do staranności wykonywanych prac
- pozytywne motywowanie do pracy nad przezwyciężaniem istniejących trudności, itp.,
- stopniowanie sytuacji zadaniowych, tak by uczeń mógł odnieść sukces,
- stosowanie polisensorycznych metod nauczania,
- stosowanie wzmocnień pozytywnych,
- dzielenie materiału do wyuczenia na partie, egzekwowanie wiedzy częściej, ale każdorazowo z mniejszego zakresu,
- stopniowanie trudności sytuacji zadaniowych,
- pomaganie w selekcji materiału do nauki,

- wyznaczanie konkretnych partii materiału do nauki w domu,
- częste utrwalanie bieżącego materiału,
- częste powtarzanie nowych treści,
- częste odwoływanie się do sytuacji z życia codziennego i do konkretów,
- korzystanie z gotowych pomocy dydaktycznych,
- wzmacnianie poczucia własnej wartości, itp.,
- wydawanie krótkich poleceń,
- zadawanie pytań pomocniczych,
- indywidualizowanie pracy lekcyjnej,
- udzielanie pomocy w selekcji materiału do nauki,
- dzielenie materiału do opanowania na mniejsze części,
- w czasie lekcji upewnianie się czy uczeń właściwie zrozumiał treść zadań i poleceń,
- ukierunkowywanie na właściwą odpowiedź poprzez zadawanie pytań pomocniczych, naprowadzanie na prawidłowe rozwiązanie,
- bazowanie na przykładach z życia codziennego,
- w pracy lekcyjnej stosowanie gotowych pomocy dydaktycznych,
- częste utrwalanie zdobytej wiedzy i umiejętności,
- ocenianie za wkład pracy w wykonanie zadania, chęci,
- częste chwalenie ucznia indywidualnie i na forum klasy,
- upewnianie się czy uczeń dokończył rozpoczęte na lekcji zadanie, zanotował zadanie domowe (do czasu wypracowania u niego takiego nawyku).

5. uczniowie z obniżoną sprawnością intelektualną.

- Omawiać niewielkie partie materiału, o mniejszym stopniu trudności,
- Pozostawiać więcej czasu na utrwalenie materiału,
- Podawać polecenia w prostej formie (dzielić złożone treści na proste, bardziej zrozumiałe części),
- Często odwoływać się do konkretnego przykładu (graficznie przedstawiać treść zadania),
- Unikać pytań problemowych, przekrojowych,
- Uwzględniać wolniejsze tempo pracy,
- Odrębnie instruować ucznia, podchodzić do niego w trakcie samodzielnej pracy, udzielać pomocy, wyjaśnień, mobilizować do wysiłku i ukończenia zadania,
- Wprowadzać różne metody i sposoby przedstawienia tematu (polisensoryczność),
- Stosować wzmocnienia pozytywne i motywować ucznia do pracy,
- Oceniać tok rozumowania w zadaniach tekstowych,
- Zorganizować w miarę możliwości pomoc koleżeńską.

6. uczniowie ze spectrum autyzmu

- Udzielać krótkich konkretnych komunikatów,
- Omawiać niewielkie partie materiału,
- Czuwać nad ukończeniem zadania przez ucznia,
- Motywować do pracy, dostrzegać sukcesy ucznia,
- Dobierać zadania na sprawdzianie uwzględniające wymagania konieczne i podstawowe,

- Wydłużyć czas pracy na wykonanie zadania w trakcie lekcji i podczas sprawdzianów,
- Wspierać w prawidłowym odczytywaniu poleceń i pytań do zadań,
- Udzielać uczniowi stosownych wskazówek do zadań zgodnie ze zgłoszonym zapotrzebowaniem ucznia,
- Indywidualizować tok pracy.